Probabilidades Como Conjuntos

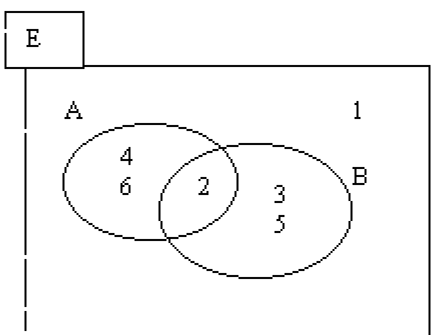
1) E : espacio muestral o conjunto de todos los resultados posibles.

2) A $\cup$ B : al menos uno de los eventos A ó B ocurre.

3) A $\cap$ B : ambos eventos ocurren

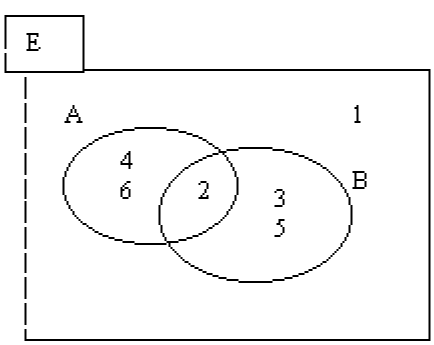
4) A^c : el evento A no ocurre.

Ejemplo: en el experimento "lanzar un dado de seis caras" sean los eventos:
A = sale par, B = sale primo.
El evento "A ó B" = A $\cup$ B : "sale par o primo" se describe:



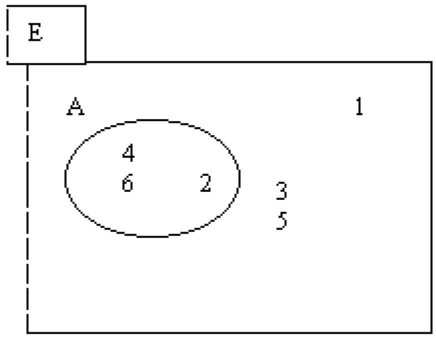
A$\cup$B : {2, 3, 4, 5, 6}

El evento "A y B" = A$\cap$B = "sale par y primo" se describe:



A$\cap$B : {2}

El evento "no ocurre A" = A^c = "no sale par" se describe:



$A^c : \{1, 3, 5\}$

Si E es un conjunto de n elementos y A un subconjunto de k elementos, entonces
P(A) = k/n, concordando con la definición de las probabilidades.

Propiedades

Además de $P(E) = 1$, $P(\phi) = 0$, $0 \leq P(A) \leq 1$, tenemos:

1) Si $A \cap B = \phi$ (A y B se excluyen mutuamente) entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2) $$P(A) + P(A^c) = 1$$

3) Si $A \cap B \neq \phi$ entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

4) Si A y B son eventos independientes (la ocurrencia de A no influye en la ocurrencia de B), entonces

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$$

5) Si A y B son eventos dependientes (la ocurrencia de A influye en la ocurrencia de B), entonces

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B/A)$$

P(B/A) es la probabilidad del evento B, sabiendo que ha ocurrido A.

Ejemplos de Uso de las Propiedades.-

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

   Se extrae una carta al azar de un mazo inglés normal de 52 cartas. Supongamos que definimos los eventos A: "sale 3" y B: "sale una figura" y se nos pregunta por la probabilidad de que ocurra A ó B.

Sol.

Como estos eventos no pueden ocurrir simultáneamente, o sea, son mutuamente excluyentes, $A \cap B = \phi$ y entonces

$P(A \text{ ó } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$= P(\text{sale } 3) + P(\text{sale figura}) = 4/52 + 12/52 = 4/13.$

2. $P(A) + P(A^c) = 1.$

En el mismo experimento anterior de sacar una carta, el evento A: "no sale rey" tiene como complemento al evento "sale rey", entonces resulta más simple calcular la probabilidad de A como $1 - P(A^c)$:

$P(\text{no sale rey}) = 1 - P(\text{sale rey}) = 1 - 4/52 = 12/13$

3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$

En el lanzamiento de un dado de seis caras, los eventos A: "sale par" y B: "sale primo"

Sol.

Tienen intersección no vacía: $A \cap B = \{2\}$, entonces la probabilidad del evento "sale par o primo" = A ó B es

$P(A \text{ o } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 3/6 + 3/6 - 1/6 = 5/6$

4. $P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$.

Lanzamos un dado de seis caras dos veces. Los eventos: A: "sale par en el primer lanzamiento" y B: "sale un 3 en el segundo"

Sol:

Como son eventos independientes, entonces la probabilidad de que "salga par en el primero y un 3 en el segundo" es

$P(A \text{ y } B) = P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B) = (3/6) \bullet (1/6)$
$= 1/12$

5. $P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B/A)$. ó $P(B/A) = P(A \cap B) / P(A)$ [$P(B/A)$ es la probabilidad del evento B, sabiendo que ha ocurrido A].

En la extracción de una carta de un mazo inglés normal: ¿cuál es la probabilidad de que la carta extraída sea el as de corazones, sabiendo que la carta extraída es de corazones?

Sol:
Debemos calcular P(as/corazón). La probabilidad de "as y corazón" es 1/52. La probabilidad de corazón es 13/52.
Luego, P(as/corazón) = P(as y corazón)/P(corazón) = (1/52)/(13/52) = 1/13.

Otros ejemplos.

Los eventos compuestos se forman al aplicar las operaciones basicas de los conjuntos a los eventos individuales.
Las uniones, intersecciones y los complementos de eventos son de interes frecuente.
La probabilidad de un evento compuesto a menudo puede obtenerse a partir de las probabilidades de cada uno de los eventos que lo forman. En ocaciones las operaciones basicas de

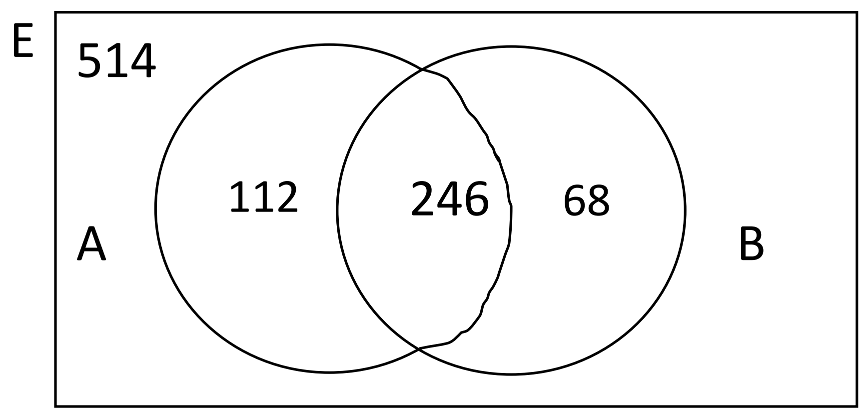
los conjuntos tambien son utiles para determinar la probabilidad de un evento compuesto.

1) La siguiente tabla presenta la historia de 940 obleas de un proceso de fabricación de semiconductores. Supóngase que se elige al azar una oblea.

		Resistencia a los golpes	
		NO	SI
Resistencia a las ralladuras	NO	514	68
	SI	112	246

Sea A el evento en el que la oblea tiene altos niveles de contaminación

Sea B el evento en el que la oblea está en el centro del instrumento



a) ¿Cómo interpretas A U B Y A ∩ B ?

A U B = {112 + 68 + 246} = 426

A ∩ B = {246}

b) Calcula la probabilidad de cada evento?

$P(A) = 112 + 246 / 940 = 358 / 940 = 0.38$

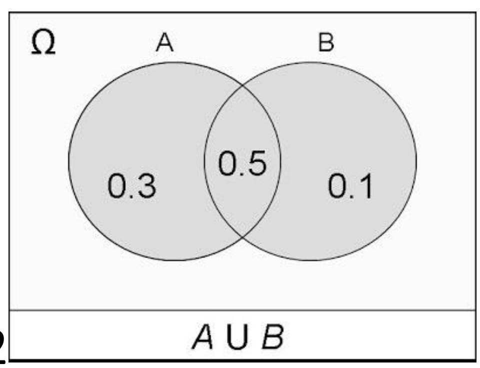
$P(B) = 68 + 246 / 940 = 314 / 940 = 0.334$

$P(A \cup B) = 426 / 940 = 0.4531$

$P(A \cap B) = 246 / 940 = 0.2617$

2) Despues de tener entrevistas en dos compañias donde quiere trabajar, el evalua la probabilidad que tiene de obtener un empleo en la compañia A como 0.8 y la probabilidad de tenerla en la compañia B como 0.6 . Si por otro lado, considera que la probabilidad de que reciba ofertas de ambas compañias es de 0.5, ¿ Cual es la probabilidad de que obtenga al menos una oferta de esas dos compañias?

A = compañia 1



B = compañia 2

$P(A) = 0.8 P(B) = 0.6$

$P(A \cap B) = 0.5$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = 0.9$

Si no entendiste, podes estos videos.

https://www.youtube.com/watch?v=3bj6Mwq3olw